

## MATEMÁTICAS Y RESTAURACIÓN. DEL RIGOR FORMAL AL RIGOR VERDADERO<sup>1</sup>

**Santiago Garma**

Universidad Complutense. 28223 Somosaguas (Madrid)

Palabras Clave: Facultad de Ciencias, Escuelas de Ingenieros, Historia de las Matemáticas, Rigor, números complejos, infinitésimos, infinitos, espacios n-dimensionales.

Mathematics and Restoration. From a formal rigor to the true rigor

*Summary: At the end of nineteenth century the academic and scientific structure of sciences and mathematics in Spain was quite close to that of European universities. The Spanish mathematicians were recovering, at that time, the discussion of ideas and problems of the fundamentals of mathematics.*

*Key words: Faculty of Science, Engineering Schools, History of Mathematics, rigor, complex numbers, infinitesimal, infinity, n-dimensional space.*

El fin de la primera República y la restauración de la monarquía en España, en 1874, representó el comienzo de una etapa nueva para la sociedad española, también fue el fin de un periodo turbulento y complejo.

### 1. La política científica (institucional y académica), el centralismo

Las ciencias durante más de cien años, antes de la restauración, sufrieron cambios fundamentales, en sus presupuestos y en sus principios fundamentales. En España además hay que tener en cuenta que se produjeron transformaciones continuas, tanto en la política educativa como en la política científica, con la intención de rehacer un nuevo sistema académico-científico que se diferenciase del que había existido durante los reinados anteriores.

<sup>1</sup> Esta comunicación en la IV Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica ha sido elaborada con la ayuda parcial del Proyecto de Investigación GU-2409/94 financiado por la Generalitat de Valencia. El texto ha sido reordenado con respecto al presentado inicialmente y se han incorporado las varias observaciones y sugerencias, hechas en la discusión mantenida en las Trobades, de Guillermo Lusa, Víctor Navarro y José Manuel Parra a quienes quiero expresar mi agradecimiento así como a Carmen Gavira por su correcciones al manuscrito final.

Con la desaparición de Fernando VII y el gobierno absolutista se inició una etapa política en la que la Regente y sus gobiernos, de uno y otro signo, definieron un modelo de estructura social jerárquico y administrativamente centralizado cuya cabeza fue la monarquía. Así el territorio se ordenó de acuerdo con estos principios, la capital Madrid es el centro geográfico, la sede del gobierno y donde se toman todas las decisiones políticas, económicas y culturales.

Este modelo<sup>2</sup> y su organización, considerada en su momento como un paso de progreso para regular la enseñanza, dio lugar a tensiones inmediatas, desde su implantación, hasta que ya, durante la restauración, los monárquicos liberales aceptaron el principio de libertad de enseñanza. Los enfrentamientos más duros, en relación a problemas de principios, se produjeron entre el poder político central y los más cercanos a el materialmente y que se mostraron los más sensibles a sus actuaciones, los catedráticos de la universidad central. La crisis se materializó en 1864<sup>3</sup> y el motivo fue la reacción del sector más conservador de la derecha, los «neocatólicos», a las ideas del sistema filosófico adoptado por sectores intelectuales y universitarios liberales y a lo que, quizás, consideraron más grave: que pasaran de ser individualidades con una opinión común a ser un grupo organizado entorno a unas ideas y un sistema filosófico. Antes de llegar a este momento, después de los enfrentamientos de la noche de San Daniel, los ideólogos de la derecha y los neocatólicos se preparan para la situación futura hacia la que prevén se dirige el país. El director del periódico conservador «El Pensamiento Español», Navarro Villoslada, en un artículo que ofrecía soluciones a la cuestión universitaria apunta ideas que van mucho más allá de lo que parecen decir. En el señala «La aglomeración de estudiantes en Madrid es perjudicial a las demás Universidades, algunas de las cuales tienen muy pocas matriculas, y no porque sus profesores sean en el terreno científico inferiores a los de Madrid. ... La Universidad central, no muy sobrada de vida literaria, se ha lanzado, según todas las apariencias que convienen a la vida política; quiere erigirse en un poder político ... Que es preciso quitar a la central (universidad) el exceso de vida que tiene y descentralizarlo en obsequio de las universidades de provincia: que sus cátedras se den a personas de cierta edad que lleven un número determinado de años en el desempeño del profesorado; y sobre todo que es preciso evitar se convierta en un cuerpo político, foco de sediciones, semillero de doctrinas contrarias a nuestras instituciones fundamentales, y amenaza constante del orden y de la paz pública.» (Rupérez, 1975: 178-179).

<sup>2</sup> Durante los últimos años se han publicado varios artículos y textos referentes a los cambios de todo orden en el sistema educativo español durante el siglo XIX y XX por lo que como noticia hacen que lo dicho sea obvio. Sin embargo la referencia al carácter conservador y centralista de las reformas impuestas y la respuesta liberal no ha sido tan frecuente. Los datos e incluso su valoración pueden encontrarse en Martínez Alcubilla (1893, VI: 795-811, 832-847 y 1001-1006.) En las ediciones siguientes del Diccionario y en los apéndices se puede seguir con detalle los avatares de la Instrucción Pública española, la edición de 1893 incluye un resumen en el que se valoran las actuaciones dispositivas y normativas que merece la pena leerse. Una descripción de los estudios de matemáticas y físicas en la enseñanza superior española comparada con la de varios países europeos y con Estados Unidos se encuentra en el Discurso de Vicuña (1875).

<sup>3</sup> La descripción detallada de los acontecimientos referentes a la cuestión universitaria puede seguirse en el libro de Rupérez (1975).

## 2. La ruptura

Por lo que se refiere a las matemáticas actualmente sabemos que durante, al menos, la primera década del siglo XIX tanto la enseñanza, como el estudio y la investigación en matemáticas en España continuó el trabajo con el mismo sentido de lo realizado durante el siglo anterior<sup>4</sup>. A finales del siglo XIX en 1873 el ilustre botánico suizo Alphonse de Candolle publicó un informe sobre los científicos y las Academias europeas que tiene la virtud de la inmediatez de los datos. En el aparece información como el número de españoles miembros de las Academias de Ciencias de París, de la Sociedad Real de Londres y de Academia Real de Ciencias de Berlín. Según el análisis que hace Candolle, en la relación de hechos, en las tres Academias hay una presencia española desde 1750 hasta 1790, que se puede ampliar hasta 1810, que permite considerar a los españoles, al menos durante este período, como una comunidad científica que formaba parte de la comunidad europea. Concretamente, en una clasificación según el orden de importancia científica de cada país, entre 1750 y 1869, según la Academia de Ciencias de París y, después, según la Real Sociedad de Londres, España ocupa hasta 1789 el cuarto o quinto lugar, después de 1829 momento en que la presencia de españoles es mínima, desaparecen de los listados. En el análisis de Candolle que se prolonga casi hasta finales del siglo XIX da una relación de 20 causas y condiciones favorables a la producción científica. Sus opiniones las funda en la que da Francis Galton quien, en tres obras distintas había analizado la actividad de los científicos europeos. Según Galton la ausencia de desarrollo de las ciencias en la península ibérica, en los siglos pasados, se debe a que la Iglesia había perseguido a los que eran inteligentes, honestos e independientes. A esto que Candolle cree es una opinión sin fundamento, le añade su propia idea :»*La péninsule espagnole a été sous un régime de Terreur, pendant trois siècles, et elle n'est sortie que pour tomber dans des revolutions et des réactions presque aussi effrayantes. Les hommes à esprit indépendant n'y ont jamais eu de sécurité d'une certaine durée*»<sup>5</sup>. Con este estado de la opinión entre los científicos europeos reconocidos, muy difícilmente algún científico francés, inglés, alemán o italiano, incluidos los matemáticos, iba a leer los textos de los matemáticos españoles que les llegasen, en el caso de que esto sucediera. Si además las opiniones de los propios españoles eran igual de duras, las puertas de la necesaria comunicación se cerraban.

Finalizada la guerra de 1808 a 1814 contra los franceses, y durante el reinado de Fernando VII la actividad científica, por lo que se refiere a las matemáticas, quedó reducida a

<sup>4</sup> Hasta los años 70 la única obra general en la que aparecía la ciencia en España del siglo XVIII era la traducción del libro de J. Sarrailh (1957). Análisis y estudios sobre estas instituciones que influyeron significativamente en la actividad científica se han venido haciendo desde hace algunos años, y parece conveniente recordar los de Simón Díaz (1952-59), Iglésies Fort (1964), Peset Reig (1974), Navarro (1976), Garma (1978), Hormigón (1980), Lafuente y Sellés (1988), Ten Ros (1986), Capel (1988), Bedat (1989), Velamazán y Ausejo (1989), Garma (1994a) y López Sánchez y Valera (1994).

<sup>5</sup> V. Candolle (1885), 231-232, Galton (1869), (1874) y (1883).

los cursos en Academias militares<sup>6</sup>. Después, matemáticos como Juan Cortazar (1809-1873), Francisco Travesedo (1786-1861), José Mariano Vallejo (1779-1846), Alberto Lista (1775-1848), José Odriozola (1785-1864), Fernando García San Pedro (m.1854)<sup>7</sup>, entre otros, fueron los maestros directos o indirectos de una primera generación. Estos pocos profesores y el trabajo autodidacta de los alumnos dio como resultado, en las recién creadas Escuelas Superiores de Ingenieros y Arquitectura, en las Secciones de Ciencias de las Facultades de Filosofía de las Universidades<sup>8</sup> y en las Academias Militares una primera generación científica que contó con nombres como los de José M<sup>a</sup> Rey Heredia (1818-1861), Simón Archilla y Espejo (1836-1890), Lucio del Valle (1815-1874), Gumersindo Vicuña (1836-1890), José Echegaray e Izaguirre (1833-1916) o Eulogio Jimenez (1834-1882)<sup>9</sup>. La actividad de esta generación de matemáticos se desarrolló principalmente durante el último tercio del siglo. Y tuvieron dos características comunes a todos ellos, en general, una su formación casi exclusivamente con textos matemáticos franceses y otra su convencimiento de que antes de ellos no

<sup>6</sup> Un buen ejemplo de lo que sucedió en estos años es la biografía de José Mariano Vallejo, Garma (1973), Garma (1983), Arenzana Hernández (1990), Hernanz Pérez y Medrano Sánchez (1990), Garma (1995) y Garma (1996).

<sup>7</sup> Al estudio de la actividad educativa y científica durante el segundo tercio del siglo XIX dedicamos hace años un pequeño libro Peset et al. (1978). En un artículo en la revista Lluïl, de Velamazán y Ausejo (1993) criticaban el juicio sobre el libro de García San Pedro y dicen que al comparar esta obra con la de Boucharlat ésta es posterior (parece que se refiere a la traducción) a la de García San Pedro, que no he leído (Garma) pausadamente el libro de García San Pedro, que el juicio sobre el libro es severo y desproporcionado y que no es de gran rigor la generosa extensión a todo el texto tras el estudio de una definición. En efecto hay un error pero es en la fecha de la edición de Boucharlat que es 1813 y no 1810. El juicio sobre el libro de García San Pedro acerca de lo rebuscado y especulador de su contenido, se refiere al estilo de un autor que intenta ser original y da definiciones jugando con las palabras. Pero eso no quiere decir que el texto no sea riguroso y tiene todo el rigor formal aprendido en los libros de Lagrange. El libro tiene valor en el momento en que se edita, en 1828 y el análisis de Ausejo tiene valor referido a los años entorno a 1825. El efecto que producen las observaciones de esta autora (que es miembro del Comité del Programa de XX Congreso Internacional de Historia de la Ciencia) es que ha leído tarde y deprisa un texto que toca un asunto sobre el cual, parece creer, es la descubridora. Pues bien, el texto aludido empieza por referirse a libros seleccionados como de texto *en 1851* cuando ya eran bien conocidos los libros de Cauchy, Boucharlat publicó su libro de texto en París en 1813, 2<sup>a</sup> edi. en 1820, 3<sup>a</sup> edi. 1826, 4<sup>a</sup> edi. en 1830 y 540 págs., así hasta 1891 en que se hace la 9<sup>a</sup> edición. La traducción de Gerónimo del Campo de la edición de 1830, del libro de Boucharlat que, en 1851, también es un libro anticuado y bien conocido de los profesores y estudiantes de matemáticas españoles, en efecto va después de la edición del libro de García San Pedro en 1828, aun así el libro de Boucharlat es anterior al de García San Pedro como muestran las fechas de edición. Además si se lee el libro de Peset se encuentra como documento los índices de los dos libros de García San Pedro y Boucharlat. El primero tiene 317 páginas + ecuaciones, el segundo 425 páginas, más ecuaciones en derivadas parciales, ecuaciones en diferencias finitas y el Cálculo de variaciones completo. Pero esto no son más que circunstancias del problema fundamental que es el cambio conceptual realizado por Cauchy entre 1821 y 1829 y quien, cuando y como recoge sus ideas en los artículos y libros de los matemáticos españoles.

<sup>8</sup> El paso de la universidad ilustrada a la universidad moderna tuvo el escalón intermedio de las ciencias y las matemáticas como sección en las Facultades de Filosofía. Con la implantación y la aceptación de la nueva estructura académica con las ciencias independientes de los demás estudios, se rompió la tradición cultural que provenía de la cultura clásica antigua Peset et al., (1978), 38-45.

<sup>9</sup> Garma (1990), 12-35.

habían existido matemáticas en España. El efecto de aquella posición fue una ruptura con el pasado científico de la comunidad científica española. La materialización de esta ruptura, el hecho más significativo de esta posición fue el discurso<sup>10</sup> de José Echegaray, en 1866, sobre la «Historia de las Matemáticas Puras en nuestra España»<sup>11</sup>.

En la respuesta al Discurso de Echegaray, Lucio del Valle, aunque aceptó la tesis de Echegaray «pues que el atraso de las ciencias matemáticas en nuestro país durante los siglos XVI, XVII y XVIII es un hecho real y positivo» (Valle, 1866: 117), dice que es lo que ellos representaban. Los nuevos ingenieros poseedores de la ciencia y de la técnica, habían delimitado un espacio en la cultura, dentro la comunidad científica española, en el que se convirtieron en la vanguardia siendo sus armas los libros de Análisis de los matemáticos franceses y especialmente Cauchy. El procedimiento que Echegaray empleó y practicó, para ocupar esta posición, fue preparar y exponer o escribir cursos de matemáticas, haciendo uso de sus excelentes cualidades pedagógicas, sobre Cálculo de Variaciones (1858), sobre Teoría de Determinantes (1868) o sobre la Teoría de Galois (1897)<sup>12</sup>.

### 3. De las matemáticas eruditas a las matemáticas reflexivas, del rigor formal al rigor verdadero

Para la redacción del texto sobre Variaciones, Echegaray empleó la «Teoría de las funciones y del cálculo infinitesimal» de Cournot y la «Teoría de las funciones analíticas» de Lagrange así como las observaciones de Bertrand publicadas en el *Journal de Liouville*. La Teoría de Determinantes la construyó Echegaray a partir de la obra de Nicola Trudi de Nápoles «Teoría dei determinanti e loro applicazioni» (1862) que a su vez sigue el planteamiento hecho por Cauchy en 1815. Finalizando el siglo, en 1897 y 1898, Echegaray dictó dos cursos completos sobre solución de ecuaciones y Teoría de Galois. La demostración de Galois según él es la de Cauchy «Desde que el gran matemático francés dio esta demostración, todos los autores la repiten, lo mismo Serret que Jordan que Vogt, que los autores italianos, como Netto. Si no recuerdo mal, no hay uno que no la repita en la misma forma que el joven matemático francés. Sin embargo en todos estos tratados el teorema que nos ocupa no necesita demostración. De antemano estaba demostrado, pues como vamos a ver es consecuencia inmediata del teorema de Lagrange y del cuadro que llamábamos de Cauchy»<sup>13</sup>. Las exposiciones que Echegaray hizo de los temas puso a los matemáticos españoles en el punto a donde habían llegado en 1870 franceses, alemanes, ingleses e italianos. En torno al año citado anteriormente

<sup>10</sup> El Discurso y sus efectos los he discutido antes en Peset *et al.* (1978) y Garma (1988). V. Echegaray (1866).

<sup>11</sup> V. Garma (1988), 95 y ss.

<sup>12</sup> Sobre Echegaray y sus trabajos matemáticos pueden verse Garma (1979), Garma (1983), Garma (1987), Sánchez Ron (1990) y Garma (1990), y en relación a la Teoría de Galois Artin (1970).

<sup>13</sup> Además del examen de estos problemas, hay más detalles y referencias a problemas matemáticos de finales del XIX en Garma (1990) que desde luego podrían ampliarse bastante más.

se recuperó el concepto de demostración deducida de axiomas explícitos que era consecuencia del movimiento iniciado antes, por Lagrange entre otros, que tenía por objetivo construir un Análisis riguroso. Pero estos planteamientos se escapaban a la comprensión de Echegaray y de muchos de sus compañeros, de lo cual son testimonio sus palabras «la nueva aristocracia del saber, al renunciar a sus principios de *certeza y rigor matemático*. temo yo que acabe ... con una explosión de escepticismo ... el espacio de  $n$ -dimensiones, ante el cual el viejo espacio de tres dimensiones ... aparece como un modestísimo y vulgar espacio, viejo burgués del Cosmos, ante los formidables anarquistas de la extensión cuyas dimensiones no pudiendo contar por números, acuden a las letras del alfabeto.» (Garma, 1990: 42). El rigor práctico que transmitieron a la incipiente comunidad matemática española fue lo que Émile Picard llamó rigor formal distinto de «el verdadero rigor (que) es productivo y arroja sombras sobre los problemas que toca, distinguiéndose en esto del otro rigor que es puramente formal y fastidioso»<sup>14</sup>.

Unos años después que Echegaray dictase su curso sobre Cálculo de Variaciones, moría en Madrid en 1861, José M<sup>a</sup> Rey Heredia, profesor de Psicología y Lógica en el Instituto de Noviciado de la Universidad de Madrid. Desde que se trasladó a Madrid en 1848 inició una profunda amistad con Acisclo Fernández Vallín, catedrático de matemáticas en el mismo Instituto, que surgió después de largas y profundas discusiones sobre matemáticas. El problema que les interesó vivamente y al que Rey dedicó todas sus fuerzas fue el de la representación geométrica de las cantidades imaginarias y el significado de los números complejos. Sus resultados dieron lugar a la publicación de su «Teoría trascendental de las cantidades imaginarias» (1865) en el que varias de las ideas expuestas estuvieron en la línea de investigación y con tratamientos de los números complejos, desde el punto de vista geométrico, que darían lugar al concepto de vector. Sus ideas, a veces con dificultades en su interpretación, fueron reflejo de las que aparecían en los artículos de Gauss, Hamilton y Grassman. Lo más importante en relación con este libro es que abría el camino a la comprensión de los espacios  $n$  dimensionales, con su interpretación de la geometría construida sobre bases reales y complejas<sup>15</sup>.

Un segundo caso al que me quiero referir es el de Simón Archilla y Espejo (1836-1890), granadino que estudió en Madrid en el Instituto S. Isidro, después ingresó en la Escuela de Caminos, fue Doctor en Ciencias Exactas en 1875, en 1876 ganó la cátedra de Álgebra Superior y Geometría Analítica de la Universidad de Barcelona, en 1881 ocupa la cátedra de

<sup>14</sup> Citado por Kline (1972), 1025.

<sup>15</sup> La lectura de la obra de Rey Heredia no es fácil porque la interpretación geométrica de los números complejos, la relación de estos con la geometría y con el álgebra, la definición de cuaternio de Hamilton o el cálculo exterior de Grassman son asuntos que requieren una explicación detallada y compleja por sus muchas implicaciones de todo tipo. En estas mismas Trobades puede verse la comunicación de Carles Gámez en la que ingenuamente, seguramente como consecuencia de la lectura de alguno de los autores que cita en la bibliografía, atribuye a Bombelli la simbología imaginaria actual cuando según el artículo de Study y Cartan (1908), 343, es Euler el primero que hizo uso de este símbolo. En cuanto las consideraciones sobre el trabajo de Rey Heredia y el error que le señala, creo que este no intenta una representación tridimensional del espacio con las raíces de sino interpretar el producto ternario y podría leerse en paralelo con las ideas de Cauchy en sus «Clefs algébriques» y de Grassman en su cálculo exterior. De cualquier manera considero que esta discusión es interesante y puede dar más de sí. Hay un análisis del trabajo de Rey Heredia en Garma (1993).

Cálculo Diferencial e Integral de la Universidad Central en Madrid e ingresó en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid en 1888. En su Discurso de ingreso en la Academia hizo una larga reflexión sobre los fundamentos del Cálculo Diferencial. Revisó todos los planteamientos necesarios para definir la derivada y la diferencial de una función desde Newton y sus consideraciones sobre *las cantidades que se desvanecen, últimas cantidades, cantidades muy pequeñas* y las fluxiones, Leibnitz y los infinitamente pequeños y las diferenciales, pasando por L'Hôpital, D'Alembert y Euler, hasta Lagrange y algunos de los autores de los varios que editaron libros reflexionando sobre la metafísica del Cálculo Diferencial como Carnot o Duhamel.

Tanto la ruptura de la continuidad y la historia de las matemáticas, como la imposición del rigor formal en las matemáticas, estuvo ligado a la reestructuración de la enseñanza superior y la esencial, como ahora es bien sabido, creación de las nuevas Escuelas de Ingenieros civiles<sup>16</sup>. Aunque existieron precedentes de estudios de ingeniería civil<sup>17</sup>, estos obedecieron a ideas y planteamientos concretos de ingeniería del siglo XVIII.

La ruptura marcada por Echegaray en la historia de las matemáticas, llevaba implícita la negación de la historia anterior de los ingenieros de caminos y desde luego la ignorancia de los ingenieros militares que fueron sus naturales predecesores y compañeros. Las nuevas Escuelas de Ingenieros formarán ingenieros que constituirán cuerpos que se convertirán en grupos de presión y poder, los más cercanos al gobierno fueron los de Caminos y de ellos salieron frecuentemente cargos políticos decisivos en la vida política del país. También estuvieron en esta posición los de Minas, Montes y Agrícolas pero no alcanzaron la hegemonía de los de Caminos y en algunos casos, como en el de los ingenieros de Minas y sus competencias sobre las aguas subterráneas, que perdieron en favor de aquellos<sup>18</sup>.

Con el inicio de esta década aparecen nuevos resultados en obras como *Stetigkeit und irrationale Zahlen* de Dedekind (1872) o en el *Erlanger Programm* de Klein (1872) o en *Mengenlehre* (la teoría de conjuntos) iniciada por Cantor en 1874 que transformaron todos los planteamientos matemáticos hechos hasta entonces<sup>19</sup>. Los matemáticos teóricos y las matemáticas puras, durante los años siguientes a Fernando VII, fueron tomando forma con un trabajo lento y difícil que intentaba separar los problemas fundamentales como podía ser la

<sup>16</sup> Sobre el desarrollo institucional de las Escuelas de Ingenieros desde el siglo XIX Peset *et al.* (1978), Garma (1988), Saenz Ridruejo (1990), Lusa (1992) y Lusa (1993).

<sup>17</sup> La historia del origen y evolución de los ingenieros de caminos ha sido descrita formalmente en el correcto libro de Rumeu de Armas (1980) unida a la historia de Bétancourt. Pero si se quiere entender algo más es conveniente repasar el artículo de Vicuña (1888) sobre Lanz y Bétancourt, la Memoria de Orduña (1925), el librito de Bogoliúbov (1973) con las observaciones de García-Diego y el breve libro de Garma (1994a).

<sup>18</sup> Sobre este asunto en concreto en el libro de Centeno (s.a.: 108-111) hay que leer el capítulo sobre el Régimen jurídico de las aguas subterráneas, así como el artículo de Maluquer de Motes (1983: 88) que estudia el cambio conceptual de las aguas y su privatización a partir de 1835.

<sup>19</sup> La discusión sobre los fundamentos y en general sobre la epistemología de las matemáticas requiere no sólo la lectura de las conocidas historias de Boyer (1968), Bourbaki (1969) o Kline (1972) sino también las reflexiones de Brunschvicg (1912) o Cavallès (1941)

definición de número real o de conjunto infinito, de los problemas rutinarios que encontraban soluciones dando nombres distintos a los infinitésimos y al infinito<sup>20</sup>. El establecimiento de las ampliaciones de Ciencias en las Facultades de Filosofía, la creación de las Facultades de Ciencias en 1857, según la Ley de Claudio Moyano y la fundación, anteriormente en 1847, de la Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, había solucionado el problema institucional científico del período entre la muerte de Fernando VII y la restauración. Pero la incorporación de las discusiones y los problemas matemáticos tal como se estaban tratando por las comunidades matemáticas europeas tardaría en ser comprendido y aceptado globalmente. Habrá que esperar a principios del siglo siguiente a la generación que tuvo como figura más destacada a Rey Pastor<sup>21</sup>.

#### 4. La restauración

La restauración para la universidad y para las ciencias supuso el dar por concluidas algunas de las polémicas importantes, como la libertad de enseñanza, durante el período anterior y que constituían la herencia del régimen autoritario de Fernando VII. Pero continuaron otros problemas, como la centralización del sistema universitario, la personalidad de las universidades, la libertad docente y la libertad discente y el sistema de ingreso en las Escuelas de Ingenieros .

El panorama durante la restauración fue relativamente alentador para la nueva generación de matemáticos que acababa de finalizar sus estudios. Las plazas de catedráticos de Universidad existentes se cubrían entonces según un proceso complejo, debido al todavía escaso número de candidatos que reuniesen todas las condiciones exigidas y a que, en general, tuvieron una apresurada formación matemática<sup>22</sup>. Los matemáticos que ocuparon las plazas universitarias pertenecían a una generación que da nombres esenciales en la consolidación de la comunidad matemática española. Algunos nombres significativos son los de Lauro Clariana (1842-1916), Eduardo Torroja (1845-1918) y Zoel García de Galdeano (1846-1924). Llegaron a la universidad, generalmente después de 1870, y su trabajo matemático en ella fue esencial, aunque frecuentemente tuviera contradicciones entre lo que intentaban exponer, ex-

<sup>20</sup> Muestra de la obsesiva preocupación por infinitésimos e infinito a lo largo de los años son el libro citado de García San Pedro (1828), antes de que fuesen conocidos los resultados de Cauchy y el libro de Clariana (1903) posterior no solo a Cauchy sino también a Weierstrass.

<sup>21</sup> A su vuelta de Alemania, en la primavera de 1915 Rey Pastor(1916) dictó seis conferencias ,en el Ateneo de Madrid, que ponían al día a matemáticos y estudiosos en que problemas estaban trabajando los matemáticos europeos y norteamericanos, acompañadas de información bibliográfica detallada. Como fue habitual estas novedades se presentaron en el Ateneo de Madrid que, a pesar de la imagen de institución política y literaria creada por los políticos de derechas y falangistas, después de la guerra civil, los hechos demuestran fue la institución que contaba con miembros sensibles y capaces de seguir los desarrollos científicos, preferida por los científicos más relevantes de la época.

<sup>22</sup> Ejemplos del proceso de ganar una cátedra como las de Torroja y Clariana pueden verse en Garma (1994 b).



plicar y justificar con lo que habían aprendido y creían. Clariana<sup>23</sup> incorporó a la literatura matemática española, en sus numerosos artículos y conferencias, el nuevo tratamiento de los números complejos, los cuaterniones de Hamilton, los tensores, las integrales eulerianas con consideraciones propias, la teoría sobre las funciones elípticas, las curvas unicursales y un largo etcétera de problemas y noticias sobre las matemáticas que se hacían en Europa en aquellos momentos. Sin embargo sus convicciones personales y su erudición y rigor formal chocó con los problemas abiertos por la geometría no euclídea y la geometría en n-dimensiones que aceptó a regañadientes, «no les basta a estos considerar al espacio reducido a tres dimensiones; es preciso pasar al pseudo o hiper-espacio, para que la geometría pueda librarse de la estrecha cárcel donde se ha hallado aherrojada por espacio de tanto tiempo. ... No necesito decir más, señores, para que resulte demostrado suficientemente que los tiempos actuales hay como una tendencia en separarse quizá demasiado del mundo real. (Clariana, 1899: 547)». García de Galdeano<sup>24</sup> fue primero catedrático de Geometría general y Analítica en la Universidad de Zaragoza en 1889 y después, en la misma Universidad en 1896 catedrático de Cálculo Infinitesimal. Su producción matemática fue numerosa y erudita (Hormigón, 1980) incidiendo especialmente, desde el fin de siglo hasta sus últimos trabajos, en la reflexión y estudio de la enseñanza de las matemáticas, donde jugó un importante papel a nivel internacional. Sus libros fueron rigurosos y, de los matemáticos españoles del último tercio del siglo XIX, fue quizás Torroja el menos político de los matemáticos citados antes y contó con el reconocimiento de sus trabajos por Gino Loria (Garma, 1990:27-28)<sup>25</sup>.

<sup>23</sup> La figura de Clariana ha sido detenidamente analizada en los últimos años por Clariana Clarós (1993), Garma (1994b) y Garma y Lusa (1995).

<sup>24</sup> Zoel García de Galdeano fue uno de los matemáticos españoles más apreciado por sus alumnos y compañeros, pero tratado como es habitual en España con la mayor grosería e injustificada virulencia como muestra Hormigón (1991). Sobre su vida obra y publicaciones puede verse la Tesis Doctoral de Hormigón (1980), un capítulo de la misma Hormigón (1981) sobre *El Progreso Matemático en Lull*, Garma (1983), Hormigón (1983) y Hormigón (1988). La revista *Lull* editada por la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas alcanzó su formato actual en 1979 cuando, después de publicar los primeros números con muy pocos medios gracias al trabajo de Manolo Sellés, encargué su maquetación a un buen amigo Roberto Turegano que lo hizo sin cobrar nada. Y a partir de las normas de *Historia Mathematica* y el *American Journal of Science* y la única colaboración de Víctor Navarro, elaboré unas normas que exigían que los artículos fueran identificados y fueran acompañados de resúmenes en dos idiomas, con pies página que permitían saber en que año y revista se había publicado el artículo, de acuerdo en como se publicaban las revistas internacionales y nacionales rigurosas. Los que ganaron las elecciones en el año 1981 publicaron la revista con dos años de retraso, después de depurar su dirección y redacción, guardando la maqueta pero no las normas, que tengo la impresión no entendieron. En los pequeños detalles de una publicación de este tipo es donde se ve si los editores son consciente de lo que están haciendo, el porqué y el para qué. Alguien descubrió después que debían incluir los resúmenes en dos idiomas y corregir los errores tipográficos y en el número siguiente en 1982 aparecieron de nuevo, pero la nota en cada página que hace referencia al año (se indicaba el volumen) y a la revista ha tenido que esperar hasta 1990 para volver a figurar. Estos datos los incluyo aquí pues sirven para la Historia de las Ciencias durante ésta 2ª Restauración que nos ha tocado vivir.

En el artículo de Ausejo (1986) sobre la Academia de Ciencias de Zaragoza hay más información sobre García de Galdeano y un buen análisis de su trabajo como geómetra en Millán (1991b).

<sup>25</sup> Torroja fue un matemático controvertido, como se puede deducir de lo mucho que se ha escrito últimamente de él. Véase Garma (1983), Garma (1990), Millán (1991 a), Millán (1991 b) y Garma (1994 b).

Coincidiendo con la restauración, como se ha señalado antes, las circunstancias materiales y científicas de la comunidad matemática española cambiaron. Y también habían cambiado las circunstancias en la comunidad matemática europea, como señala Kline «el número de matemáticos aumento enormemente como consecuencia de la democratización de la enseñanza»<sup>26</sup>. Además, la hegemonía que mantuvieron los matemáticos franceses hasta el primer tercio del siglo XIX tuvieron que compartirla en lo sucesivo con alemanes, ingleses e italianos. Los matemáticos se organizan en sociedades como la London Mathematical Society en 1865 que fue la primera de las sociedades matemáticas, la Société Mathématique de France en 1872, el Circolo Matematico di Palermo en 1884, la American Mathematical Society en 1888 y la Deutsche Mathematiker-Vereinigung en 1890. También desde finales del siglo anterior se inició la publicación de revistas especializadas en matemáticas o con secciones significativas dedicadas a temas matemáticos, como los *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées* de Joseph-Diaz Gergonne y J.E. Thomas-Lavernède, a las que en el último tercio del siglo XIX se añaden las publicadas por cada una de las nuevas sociedades. Finalmente se inició la práctica de los Congresos Internacionales en 1897 en Zurich que han continuado celebrándose cada cuatro años con las salvedades de las guerras mundiales. En estas actividades los españoles participaron en escaso número, en los primeros Congresos, para irrumpir en el Congreso de Cambridge de 1912 con una numerosa delegación formada por 25 miembros y una comunicación de Esteban Terradas y una Memoria sobre la enseñanza de las matemáticas en España escrito por diez profesores de matemáticas de las Universidades y de las Escuelas de Ingenieros y de las Normales.

## 5. El final de la ruptura y la historia de las matemáticas

A partir de 1880<sup>27</sup>, se inició una etapa para la comunidad matemática española en la que la nueva generación que ocupa las cátedras, trabaja con la vista puesta en los matemáticos europeos. A la lectura casi exclusiva de los libros de matemáticas franceses se incorpora y en muchos les substituyen los libros y matemáticos alemanes, ingleses e italianos. La preocupación por dar a conocer lo que se acaba de estudiar y el ejemplo de las revistas europeas provoca la publicación de revistas científicas generales, con secciones de matemáticas importantes, hasta llegar a la primera revista matemática española. La actitud positiva que significaba la recuperación del pasado matemático fue víctima una vez más de la propia tradición de los

<sup>26</sup> V. Kline (1972), 1023 y ss.

<sup>27</sup> A pesar de los muchos cambios en la estructura, planes de estudio y programas en la enseñanza superior se hace necesario recordar, hoy más que nunca, la reflexión de Giner de los Ríos (1916), de la que ya hice uso en Garma (1987), «si quisiéramos resumir los caracteres principales de las reformas de esta época, hallaríamos ... Una confianza que hoy nos parece ingenua y rayana en la superstición, en la fuerza punto menos que omnipotente del precepto, de la reglamentación y de la ley. Esta confianza -ya Tocqueville lo mostró plenamente- no es hija de la revolución, como se murmura en ocasiones, sino del antiguo régimen, de las monarquías absolutas. Dos características presenta aquella situación respecto a las Universidades, y, en general, a la enseñanza: 1º Un resuelto desdén por su obra ...2º La pretensión de arrastrarlo a la servidumbre de intereses religiosos y políticos, o, para hablar con propiedad, de sectas y partidos.»

matemáticos españoles, empeñados en contar con un nombre «de prestigio internacional», superior a cualquier otro en las matemáticas<sup>28</sup>. Así esta actitud positiva fue recortada y encajonada, una vez más, por un discurso académico, esta vez de Rey Pastor (1913), en el que se reconocía que existían trabajos matemáticos, en el siglo XVI pero que, después de un supuesto análisis científico, se concluía que no tenían valor. A pesar de todo, el asunto de historia de las matemáticas en España, para bastantes matemáticos, empezó a ser importante para comprender los hechos y las propias matemáticas.

## Bibliografía

- ARCHILLA Y ESPEJO, S. (1880), *Estudios fundamentales del Cálculo Diferencial*, Madrid.
- ARCHILLA Y ESPEJO, S. (1888), «Ideas capitales que informan el Análisis infinitesimal», *Discursos leídos ante la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, Vol. III, 1-84.
- ARENZANA HERNÁNDEZ, V. (1990), «El rigor en los libros de texto de Geometría en los comienzos del siglo XIX. José Mariano Vallejo y las Adiciones a la Geometría de D. Benito Bails», *Llull*, 13 (24), 5-19.
- ARTIN, E. (1942), *Teoría de Galois*, trad. de Rodríguez Vidal, R., (1970), Barcelona, Vicens-Vives.
- AUSEJO, E. (1986), «Las matemáticas en la Academia de Ciencias de Zaragoza (1916-1936)», *Llull*, 9 (16-17), 5-34.
- BEDAT, C. (1974), *La Real Academia de Bellas Artes de San Fernando (1744-1808)*, ed. española (1989), Prólogo E. Lafuente Ferrari, Madrid, Fundación Universitaria Española, Real Academia de Bellas Artes de San Fernando.
- BOGOLIUBOV, A. (1969), *Un héroe español: Agustín de Bétancourt*, trad. FERNÁNDEZ SÁNCHEZ, J. (1973), Prólogo J. Caro Baroja, Epílogo J. A. García-Diego, Madrid, Seminarios y Ediciones.
- BOURBAKI, N. (1969), *Éléments d'Histoire des Mathématiques*, París, Hermann. (Trad. española HERNÁNDEZ, J. (1972), Madrid, Alianza Editorial s.a.).
- BOYER, C. B. (1968), *A History of Mathematics*, New York London Sydney, John Wiley & sons, inc. (Trad. española MARTÍNEZ PÉREZ, M. (1986), Madrid, Alianza Editorial, s.a.).
- BRUNSCHVICG, L. (1912), *Les étapes de la Philosophie Mathématique*, nouveau tirage (1972), Préface M. Jean-Toussain Desanti, París, A. Blanchard.
- CANDOLLE, A (1885), *Histoire des Sciences et des Savants depuis deux siècles*, 2a. ed. Genève.
- CANTOR, G. (1955), *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers*, (translation of the very important memoirs of Cantor (1895), Cantor (1897) in *Mathematische Annalen*), trad. JOURDAIN, P. E. B. ((1915), Open Court Pub. co.), New York, Dover Pub. Inc.

<sup>28</sup> El cambio en el significado y empleo de la Historia de las Matemáticas por los matemáticos españoles del siglo XVIII al XIX ha sido estudiado en Garma (1980). Sobre el papel de los historiadores de las matemáticas hay que leer la conferencia de Vera (1935) en el Ateneo de Madrid y el artículo esclarecedor de Roca (1991).

- CAPEL, H., et al. (1983), *Los ingenieros militares en España siglo XVIII*, Barcelona, Edicions Universitat de Barcelona.
- CAPEL, H., et al. (1988), *De Palas a Minerva. La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*, Barcelona-Madrid, Serbal/CSIC.
- CARNOT, L. (1789), *Réflexions sur la métaphysique du Calcul infinitésimal*, nouveau tirage (1970), Préface M. M. Mayot, Paris, Blanchard.
- CAUCHY, A-L. (1821), *Cours d'analyse algébrique*, Oeuvres (1897-99), (2), III, Paris, Gauthiers-Villars.
- CAUCHY, A-L. (1823), *Résumé des leçons sur calcul infinitésimal*, Oeuvres (1897-99), (2), IV, Paris, Gauthiers-Villars.
- CAUCHY, A-L. (1829), *Leçons sur le calcul différentiel*, Oeuvres (1897-99), (2), IV, Paris Gauthiers-Villars.
- CAUCHY, A-L. (1847), «Mémoire sur les clefs algébriques», *Mémoires d'Analyse et de Physique-Mathématique*, 4, Paris.
- CAVAILLES, J. (1962), *Philosophie Mathématique*, Préface R. Aron, Introduction R. Martin, Paris, Hermann.
- CENTENO, R. (s.a.), *Principios de Derecho Minero*, Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas, Fundación Gomez Pardo.
- CLARIANA I RICART, L. (1903), *Conceptos fundamentales de Análisis Matemático*, Barcelona, Imprenta Juan Gili ed..
- CLARIANA CLARÓS, L. (1993), «Biografía y bibliografía del matemático Lauro Clariana Ricart». En: NAVARRO et al. (coords.) (1993), *II Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, 131-140.
- COURNOT, A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris, Hachette.
- COURNOT, A. (1841), *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal*, Paris
- DEDEKIN, R. (1872), «Stetigkeit und irrationale zahlen», trad. BEMAN, W. W. (1929), McGraw-Hill. En: SMITH, D. E. (1959), *A source book in Mathematics*, New-York, Dover Pub. inc., 2 Vols., I, 35-45.
- DUHAMEL, J. M. C. (1868-1875), *Du méthode dans les sciences du raisonnement*, Paris.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1858), *Cálculo de variaciones. Lecciones esplicadas en la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos*, Madrid, Imprenta de D. José C. de la Peña.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1866), «Historia de las Matemáticas puras en nuestra España», *Discursos ante la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, Madrid, 3-36.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1868), *Memoria sobre la Teoría de las Determinantes*, Madrid, Imprenta de los conocimientos útiles, a cargo de F. Roig.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1897), *Resolución de ecuaciones y teoría de Galois*, Madrid, imp. Fund. y Fáb. de Tintas de los hijos de J. A. Garcia.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1898-1902), *Lecciones sobre resolución de ecuaciones y teoría de Galois*, Madrid, Imprenta y Fundición de los hijos de J. A. Garcia.
- ECHEGARAY E IZAGUIRRE, J. (1905), «La Ciencia y la crítica», *Discurso leído en la Universidad Central en la inauguración del curso académico de 1905 a 1906*, Madrid.

- FERNÁNDEZ VALLÍN Y BUSTILLO, A. (1861), *Elementos de Matemáticas*, 9a. ed., Madrid, Imprenta de Santiago Aguado.
- GALTON, Sir F. (1869), *Hereditary Genius*, London.
- GALTON, Sir F. (1874), *English men of Science, their nature and nurture*, London.
- GALTON, Sir F. (1883), *Enquiries into human faculties*, London.
- GARCÍA SAN PEDRO, F. (1828), *Teoría algebraica elemental de las cantidades que varían por incrementos positivos o negativos de sus variables componentes o sea Cálculo diferencial e integral*, Madrid, Imprenta que fue de García.
- GARMA, S. (1973), «Las Matemáticas en España en los principios del siglo XIX. D. Josef Mariano Vallejo», *Revista de Occidente*, 118, 105-114.
- GARMA, S. (1978), «Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la España del siglo XVIII». En: CARREIRA, C. et al. (comp.): *Homenaje a Julio Caro Baroja*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas.
- GARMA, S. (1979), «La primera exposición de la teoría de Galois en España», *Llull*, 3, 7-14.
- GARMA, S. (1980), «Los matemáticos españoles y la historia de las matemáticas del siglo XVIII-XIX». En: GARMA, S. (ed.): *El científico español ante su Historia. La ciencia en España entre 1750-1850.*, Madrid, Diputación Provincial de Madrid, 59-72.
- GARMA, S. (1983), «Echegaray e Izaguirre, José»; «García de Galdeano, Zoel», «Torroja Caballé, Eduardo» y «Vallejo, José Mariano». En: LÓPEZ PIÑERO, J. M. et al. (ed.): *Diccionario histórico de la ciencia moderna en España*, Barcelona, Península, 2 Vols. I, 292-294; I, 378-380, II, 365-367 y II, 389-391.
- GARMA, S. (1987), «Echegaray y la Teoría de Galois». En: LUSA, L.; ROCA, A. (comp.): *Cinquanta anys de Ciència i Tècnica a Catalunya*, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, 149-161.
- GARMA, S. (1988), «Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX.» En: SÁNCHEZ RON, J. M. (ed.): *Ciencia y sociedad en España*, Madrid, Ediciones el arquero/CSIC, 93-127.
- GARMA, S. (1990), «Las Matemáticas en España en la primera mitad del siglo XX». En: (1991), *XV Jornadas Luso-Espanholas de Matemática*, VI, Evora, Servicio de Reprografía e Publicações de Universidade de Evora, 4-65.
- GARMA, S. (1993), «Le premier livre sur les numéros complexes en Espagne (1850-1865). Les quantités imaginaires de José Heredia». En: FLAMENT, D. *Nombre complexe et vecteur*, (en prensa).
- GARMA, S. (1994 a), *Josep Chaix i el progrés matemàtic a principis del segle XIX*, Valencia, Generalitat Valenciana, Conselleria d'Educació i Ciència, Consell Valencià de Cultura.
- GARMA, S. (1994 b), «Competencia matemática entre las universidades de Madrid y Barcelona a principios del siglo XX», *Arbor*, CXLVIII, 581, 131-160.
- GARMA, S. (1995), «Adiciones a la biografía de D. Josef Mariano Vallejo», *Arbor*, CLI, 594, 9-22.
- GARMA, S. (1996), «Adiciones a la biografía de D. Josef Mariano Vallejo». En: GOMEZ MENDOZA, A. (coord.): *Economía y sociedad en la España moderna y contemporánea*, Madrid, Editorial Síntesis, 169-181.
- GARMA, S., LUSA, L. (1995), «Laur Clariana i Ricart. L'assimilació de la matemàtica del segle XIX». En : CAMARASA, J. M.; ROCA ROSELL, A. (directs.) *Ciència i Tècnica als països catalans: una aproximació biogràfica*, Barcelona, Findació Catalana per a la Recerca, 2 Vols., 1, 525-565.

- GINER DE LOS RÍOS, F. (1916), *La Universidad española, Obras completas de D. Francisco Giner de los Ríos*, Vol II, Madrid, Imprenta clásica española.
- GRASSMANN, H. G. (1844), «On the Ausdehnungslehre», trad. KORMES, M. (1862) de *Die Ausdehnungslehre, Vollständig und strenger Form bearbeitet*, (dos pasajes), (1929) McGraw-Hill. En: SMITH, D. E. (1959), *A source book in Mathematics*, New York, Dover, Publi. inc. II, 684-696.
- HERNANZ PÉREZ, C., MEDRANO SÁNCHEZ, J. (1990), «José Mariano Vallejo: notas para una biografía científica», *Llull*, 13, (25), 427-446.
- HORMIGÓN BLÁNQUEZ, M (1980), *Problemas de síntesis matemática en España tras la ruptura del paradigma lagrangiano*, (Tesis Doctoral, manuscrito) y *Problemas de Historia de las matemáticas en España (1870-1920)*. Zoel Garcia de Galdeano. (1982), Madrid, Universidad Autónoma de Madrid.
- HORMIGÓN BLÁNQUEZ, M. (1981), «El Progreso Matemático(1891-1900): un estudio de la primera revista matemática española», *Llull*, 4 (6-7), 87-115.
- HORMIGÓN BLÁNQUEZ, M. (1983), «García de Galdeano y la modernización de la geometría en España», *Dynamis*, 3, 199-229.
- HORMIGÓN BLÁNQUEZ, M. (1988), «Las matemáticas en el primer tercio del siglo XX». En: SÁNCHEZ RON, J. M. (ed.), *Ciencia y sociedad en España*, Madrid, Ediciones el arquero / CSIC, 253-282.
- HORMIGÓN BLÁNQUEZ, M. (1991), «El affaire Cambridge: nuevos datos sobre las matemáticas en España en el primer tercio del siglo XX». En: VALERA, M.; LÓPEZ FERNÁNDEZ, C. (1991), *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia den las Ciencias y de las Técnicas*, Murcia, DM ed., PPU, s.a., 3 Vols., I, 135-171.
- IGLÉSIES FORT, J. (1964), «La Real Academia de Ciencias Naturales y Artes en el siglo XVIII», *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, XXXVI, 1, 1-635.
- JIMÉNEZ RUEDA, C. (1912), *L'enseignement des mathématiques en Espagne*, Memoires présentés au Congrès de Cambridge, tom. 1, Madrid, Tip. de la «Rev. de Arch., Bibl. y Museos», 1-141.
- KLEIN, F. (1872), *Le Programme d'Erlangen, Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes*, nouvelle ed. (1974), trad. PADE, M. H., Préface J. Dieudonné, Postface F. Russo s.j., París, Gauthier-Villars.
- KLINE, M. (1972), *Mathematical thought from ancient to modern times*, New York, Oxford University Press, 3 Vols.
- LACROIX, S-F. (1797), *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, (1a. edi.), París, 2 Vols.,(1810-1819), (2a. ed.) París, 3 Vols.
- LAFUENTE, A.; SELLÉS, M. (1988), *El Observatorio de Cádiz (1753-1851)*, Madrid, Ministerio de Defensa-Instituto de Historia y Cultura Naval.
- LAGRANGE, J.L. (año V,1797), *Théorie des Fonctions analytiques*, París, 2a. ed. (1813), Oeuvres, 9, París.
- LÓPEZ PIÑERO, J. M. et al. (1983), *Diccionario Histórico de la Ciencia moderna en España*, Barcelona, Península, 2 Vols.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J. F., VALERA CANDEL, M. (1994), «El Observatorio astronómico de la Academia de guardias marinas de Cartagena», *Llull*, 17, (33), 343-355.
- LORIA, G. (1921), *Storia della Geometria Descrittiva, dalle origini sino ai giorni nostri*, Milano, Ulrico Hoepli.

- LUSA MONFORTE, G. (1992), «Industrialización y educación: los ingenieros industriales (Barcelona 1851-1886)». En: ENRICH, R. et al. (ed.): (1994), *Tècnica i societat en el món contemporani*, Sabadell, Museu d'Història de Sabadell, 61-80.
- LUSA MONFORTE, G. (1993), «La creación de la Escuela Industrial Barcelonesa (1851)». En: NAVARRO, V. et al. (1994), *II Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, 151-159.
- LUSA MONFORTE, G. (1994 a), «Contra los titanes de la rutina. La cuestión de la formación matemática de los Ingenieros Industriales (Barcelona 1851-1910)». En: GARMA, S., FLAMENT, D.; NAVARRO, V. (eds.): *Contra los titanes de la rutina. Encuentro, en Madrid, de investigadores hispano-franceses sobre la historia y la filosofía de la matemática*, Madrid, Comunidad de Madrid/CSIC, 335-365.
- LUSA MONFORTE, G. (1994 b), «Matemáticas en la ingeniería: el cálculo infinitesimal durante la 2ª mitad del siglo XIX». En: CAMARASA, J.M. et al. (coords.): *I Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, 263-282.
- MALUQUER DE MOTES, J. (1983), «Despatrimonialización del agua: movilización de un recurso natural fundamental», *Revista de Historia Económica*, I, 2, 79-97.
- MARTÍNEZ ALCUBILLA, M. (1893), *Diccionario de la Administración Española compilación de la novísima legislación de España peninsular y ultramarina*, (5a. ed.), VI, Madrid.
- MILLÁN GASCA, A. (1991a), «Los estudios de Geometría Superior en España en el siglo XIX», *Llull*, 14 (26), 117-186.
- MILLÁN GASCA, A. (1991b), «La enseñanza universitaria de la Geometría en España (1875-1920). En: VALERA, M.; LOPEZ FERNÁNDEZ, C. (eds.): *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, Murcia, DM ed., PPU, 3 tomos., II, 1294-1306.
- NAVARRO BROTONS, V. (1976), «Noticia acerca de Antonio Bordazar y la fundación de una Academia Matemática en Valencia». En: *Primer Congreso de Historia del País Valenciano*, València, Universitat de València, Vol. III, 589-597.
- ORDUÑA, C. DE (1925), *Memorias de la Escuela de Caminos*, Madrid, Revista de Obras Públicas.
- PESET, J. L. et al. (1978), *Ciencias y enseñanza en la revolución burguesa*, Madrid, Siglo veintiuno de españa editores S.A.
- PESET REIG, M. Y J. L. (1974), *La Universidad Española (siglos XVIII y XIX). Despotismo ilustrado y revolución liberal*, Madrid, Taurus Ediciones s.a.
- POINCARÉ, H. (1916-56), *Oeuvres*, París, Gauthier-Villars, 11 Vols.
- PROCEEDINGS OF THE FIFTH INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS (1912), HOBSON, E. W. Y LOVE, A. E. H. (eds.), (1913), Cambridge, Cambridge University Press, 2 Vols.
- REY HEREDIA, J. M. (1865), *Teoría transcendental de las cantidades imaginarias*, Prólogo-Biografía Pedro Felipe Monlau, Madrid, Imprenta Nacional.
- REY PASTOR, J. (1913), «Historia de la Matemática en España», *Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1913 a 1914*, Oviedo, Establecimiento Tipográfico de Antonio P. Santamarina sucesor de Adolfo Biun.
- REY PASTOR, J. (1916), *Introducción a la Matemática Superior. Estado actual, métodos y problemas*, Madrid, Biblioteca Corona.

- ROCA ROSELL, A. (1991), «El caso del Congreso Internacional de 1934: «guerra» entre historiadores de la ciencia». En: VALERA, M. Y LÓPEZ FERNÁNDEZ, C. (eds.): *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, Murcia, DM ed., PPU, 3 Vols., II, 1066-1084.
- RUMEU DE ARMAS, A. (1980), *Ciencia y Tecnología en la España ilustrada. La Escuela de Caminos y Canales*, Madrid, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos/ Ediciones Turner.
- RUPÉREZ, P. (1975), *La cuestión universitaria y la noche de S. Daniel*, Prólogo M. Tuñón de Lara, Madrid, Cuadernos para el Diálogo.
- SÁENZ RIDRUEJO, F. (1990), *Ingenieros de Caminos del siglo XIX*, Madrid, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos/ Editorial AC.
- SÁNCHEZ RON, J. M. (1990), *José Echegaray*, Madrid, Fundación Banco Exterior.
- SARRAILH, J. (1957), *La España ilustrada en la segunda mitad del siglo XVIII*, México-Buenos Aires.
- SIMÓN DÍAZ, J. (1952-1959), *Historia del Colegio Imperial de Madrid*, Madrid, Instituto de Estudios Madrileños. CSIC, 2 Vols.
- STUDY, E.; CARTAN, E. (1908), «Nombres Complexes». En: MOLK, J. (ed.): *Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées*, édition française, I, 1, I-5, 329-468.
- TEN ROS, A. E. (1986), «La construcción de un observatorio astronómico a finales del siglo XVIII. Polémica sobre las características del Observatorio de Valencia». En: *Actas del CCL aniversario del nacimiento de Celestino Mutis*, Cádiz, 101-120.
- TRUDI, N. (1862), *Teoria de determinanti e loro applicazioni*, Napoli.
- VALLE, L. (1866), «Contestación al Discurso leído ante la R.A. de C. E., F. y N., en la recepción pública del Sr. D. José Echegaray», *Discursos leídos ante la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, Madrid, 37-53.
- VELAMAZÁN, M. A.; AUSEJO, E. (1989), «Los planes de estudio en la Academia de Ingenieros del Ejército de España en el siglo XIX», *Llull*, 12 (23), 415-453.
- VELAMAZÁN, M. A.; AUSEJO, E. (1993), «De Lagrange a Cauchy: el Cálculo Diferencial en las Academias militares en España en el siglo XIX», *Llull*, 16 (30), 327-370.
- VERA, F. (1935), *Los historiadores de la Matemática Española*, Madrid, Vitoriano Suárez, editor.
- VICUÑA LAZCANO, G. (1875), «Cultivo actual de las Ciencias Físico-Matemáticas en España», *Discurso leído en la Universidad Central en el acto de apertura del curso académico de 1875 á 1876*, Madrid, Imprenta de José Ducazcal.